

Look and say 数列の考察

工藤 茉緒 鈴木 峻丞 高橋 幸子 早川 泰太

1. 目的・動機

- 数列の授業による関心
- 規則性の発見という探求心

2. 概要

Look and say数列とは、前の項の個数とその数字を順番に読んで次の項を作る数列である。

例

初項を1とした場合

1 → 1個の1 → 第2項: 11
11 → 2個の1 → 第3項: 21
21 → 1個の2 1個の1 → 第4項: 1211
1211 → 1個の1 1個の2 2個の1 → 第5項: 111221

3. 方法

- 1を初項とし、上記の規則に則って数列を第22項目まで手作業で算出した。(算出が困難な箇所はプログラミング言語『Python』を使用)
- Excelに入力し、初項から第22項目までにおける数列の規則性・性質について考察を行った。
- 調べて出てきた既に見つかった性質の証明や検証を行った。

4. 結果・考察

<初項1のとき>

- abcbのように、偶数桁目に同じ数字が連続することはない

(証明)

a個のbとc個のbはまとめて(a+c)個のbと言えるから。

- 各項の桁数は初項が22以外のとき、正の無限大に発散する

(証明)

数列を a_n 、桁数を l_n とすると、

$l_1 < l_2$ は上記の通り、 $l_1 = 1, l_2 = 2$ であるため成立。

2項目以降の桁数 l_n は偶数であり、偶数桁目に同じ数字が連続することはないため、 a_n には $l_n/2$ 個以上の「a個のbというブロック」が存在する。

よって、1個のブロックに次の項の2桁が対応するので、 l_{n+1} は $l_n/2 \times 2$ 以上である。

ゆえに、 $l_{n+1} \geq l_n$

従って、 l_n は増加関数であるため、 l_n は正の無限大に発散する。

- 第4項目以降は、下3桁が211と221で循環
- 第8項目以降は、上3桁が111と311と132で循環
- 第11項目以降は、上10桁3種類で循環
- 第15項目以降は、上20桁が3種類で循環

<初項22のとき>

- 各項は22を繰り返す

(証明)

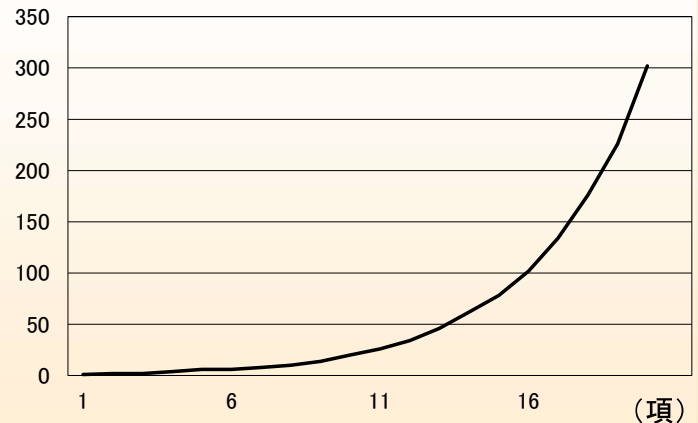
各項の個数と数字を並べたとき、2個の2を繰り返すから。

1
1 1
2 1
1 2 1 1
1 1 1 2 2 1
3 1 2 2 1 1
1 3 1 1 2 2 2 1
1 1 1 3 2 1 3 2 1 1
3 1 1 3 1 2 1 1 1 3 1 2 2 1
1 3 2 1 1 3 1 1 1 2 3 1 1 3 1 1 2 2 1 1
1 1 1 3 1 2 2 1 1 3 3 1 1 2 1 3 2 1 1 3
3 1 1 3 1 1 2 2 2 1 2 3 2 1 1 2 1 1 1 3
1 3 2 1 1 3 2 1 3 2 1 1 1 2 1 3 1 2 2 1
1 1 1 3 1 2 2 1 1 3 1 2 1 1 1 3 1 2 3 1
3 1 1 3 1 1 2 2 2 1 1 3 1 1 1 2 3 1 1 3

*第1項からの数列の一部

(桁)

各項の桁数



5. 今後の展望

- 今までに自分たちで見つけることができた性質がどのような仕組みや理由によって現れるのかを考察する。
- 各項を求めていくうちに、各項の数字の両端から何種類かの規則で循環していることが分かった。しかし、中盤に現れる数字の並び方の規則が発見できていないため、中盤に現れる数字の規則や性質を考察する。
- 各項の桁数のグラフを制作したとき、桁数は正の無限大に発散することが分かった。そこで、各項のグラフは関数で近似をすることが可能であるかどうかを考察する。

6. 参考文献

<https://mathtrain.jp/lassequence>

<https://qiita.com/e2katsuki/items/a6a73394861dae8fb82d>