# 1 章　数と式

## 1 節　式の計算

### 1　単項式と多項式

教科書 P.6

**問 1**　(1)　次数は 4，係数は **5**

(2)　次数は 4，係数は **1**

(3)　次数は 0，係数は **−7**

**問 2**　(1)　次数は 3，係数は $\boldsymbol{4x^2}$

(2)　次数は 5，係数は $\boldsymbol{-2a^2}$

教科書 P.7

**問 3**　$3x^2y+4xy-7x^2y+5xy-4$

$=(3-7)x^2y+(4+5)xy-4$

$=\boldsymbol{-4x^2y+9xy-4}$

**問 4**　$x^3+x^2y-y^2+7x-4y+1$ を $x$ に着目して整理すると

$x^3+yx^2+7x+(-y^2-4y+1)$

となり，**$x$ については，次数は 3，定数項は $-y^2-4y+1$** である。

$x^3+x^2y-y^2+7x-4y+1$ を $y$ に着目して整理すると

$-y^2+(x^2-4)y+(x^3+7x+1)$

となり，**$y$ については，次数は 2，定数項は $x^3+7x+1$** である。

**問 5**　(1)　$5x^2-2+7x^3-3x$

$=\boldsymbol{7x^3+5x^2-3x-2}$

(2)　$2x^2+5xy+y^2-x+5y-4$

$=\boldsymbol{2x^2+(5y-1)x+(y^2+5y-4)}$

### 2　多項式の加法・減法・乗法

教科書 P.8

**問 6**　(1)　$A+B$

$=(x^3-4x^2-3)+(3x^3-5x^2-x+3)$

$=x^3-4x^2-3+3x^3-5x^2-x+3$

$=(1+3)x^3+(-4-5)x^2-x-3+3$

$=\boldsymbol{4x^3-9x^2-x}$

$A-B$

$=(x^3-4x^2-3)-(3x^3-5x^2-x+3)$

$=x^3-4x^2-3-3x^3+5x^2+x-3$

$=(1-3)x^3+(-4+5)x^2+x-3-3$

$=\boldsymbol{-2x^3+x^2+x-6}$

(2)　$A+B$

$=(2x^2+y^2)+(-x^2-3xy+y^2)$

$=2x^2+y^2-x^2-3xy+y^2$

$=(2-1)x^2-3xy+(1+1)y^2$

$=\boldsymbol{x^2-3xy+2y^2}$

$A-B$

$=(2x^2+y^2)-(-x^2-3xy+y^2)$

$=2x^2+y^2+x^2+3xy-y^2$

$=(2+1)x^2+3xy+(1-1)y^2$

$=\boldsymbol{3x^2+3xy}$

**問 7**　(1)　$A+3B$

$=(3x^2+2x+1)+3(-x^2+3x-5)$

$=3x^2+2x+1-3x^2+9x-15$

$=(3-3)x^2+(2+9)x+1-15$

$=\boldsymbol{11x-14}$

(2)　$2A-B$

$=2(3x^2+2x+1)-(-x^2+3x-5)$

$=6x^2+4x+2+x^2-3x+5$

$=(6+1)x^2+(4-3)x+2+5$

$=\boldsymbol{7x^2+x+7}$

(3)　$5(A-B)-3A$

$=5A-5B-3A$

$=2A-5B$

$=2(3x^2+2x+1)-5(-x^2+3x-5)$

$=6x^2+4x+2+5x^2-15x+25$

$=(6+5)x^2+(4-15)x+2+25$

$=\boldsymbol{11x^2-11x+27}$

教科書 P.9

**問 8**　(1)　$a^6\times a^2=a^{6+2}=\boldsymbol{a^8}$

(2)　$(ab^3)^3=a^3(b^3)^3=a^3b^{3\times3}=\boldsymbol{a^3b^9}$

(3)　$(x^3)^5\times x^2=x^{3\times5}\times x^2=x^{15+2}=\boldsymbol{x^{17}}$

(4)　$x^3\times(x^2y^3)^4\times y^2$

$=x^3\times(x^2)^4\times(y^3)^4\times y^2$

$=x^3\times x^{2\times4}\times y^{3\times4}\times y^2$

$=x^{3+2\times4}\times y^{3\times4+2}$

$=\boldsymbol{x^{11}y^{14}}$

**問 9**　(1)　$2a^3\times\dfrac{1}{4}a^4=2\times\dfrac{1}{4}\times a^3a^4=\boldsymbol{\dfrac{1}{2}a^7}$

(2)　$4a^2b^4\times(-a^6b)$

$=4\times(-1)\times a^2a^6b^4b$

$=\boldsymbol{-4a^8b^5}$

(3)　$(-3x^2)^4\times(x^3)^2$

$=(-3)^4(x^2)^4\times x^6$

$=(-3)^4\times x^8x^6$

$=\boldsymbol{81x^{14}}$

(4)　$64x^3y\times\left(\dfrac{1}{2}xy^2\right)^5$

$=64x^3y\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^5x^5(y^2)^5$

$=64\times\left(\dfrac{1}{2}\right)^5\times x^3x^5yy^{10}$

$=\boldsymbol{2x^8y^{11}}$

教科書 P.10

**問 10**　(1)　$3x(2x-7)$

$=3x\cdot2x+3x\cdot(-7)$

$=\boldsymbol{6x^2-21x}$

(2)　$(3x^2-2x+1)\times5x^3$

$=3x^2\cdot5x^3-2x\cdot5x^3+1\cdot5x^3$

$= \mathbf{15x^5 - 10x^4 + 5x^3}$

(3) $-4xy(2x^2 - xy + y^2)$

$= -4xy \cdot 2x^2 - 4xy \cdot (-xy) - 4xy \cdot y^2$

$= \mathbf{-8x^3y + 4x^2y^2 - 4xy^3}$

問 11 (1) $(x+6)(2x+3)$

$= x(2x+3) + 6(2x+3)$

$= 2x^2 + 3x + 12x + 18$

$= 2x^2 + (3+12)x + 18$

$= \mathbf{2x^2 + 15x + 18}$

(2) $(5x-4)(3x+7)$

$= 5x(3x+7) - 4(3x+7)$

$= 15x^2 + 35x - 12x - 28$

$= 15x^2 + (35-12)x - 28$

$= \mathbf{15x^2 + 23x - 28}$

(3) $(x+4)(2x^2 - 8x + 5)$

$= x(2x^2 - 8x + 5) + 4(2x^2 - 8x + 5)$

$= 2x^3 - 8x^2 + 5x + 8x^2 - 32x + 20$

$= 2x^3 + (-8+8)x^2 + (5-32)x + 20$

$= \mathbf{2x^3 - 27x + 20}$

(4) $(2x-7)(4x^2 - 2x + 3)$

$= 2x(4x^2 - 2x + 3) - 7(4x^2 - 2x + 3)$

$= 8x^3 - 4x^2 + 6x - 28x^2 + 14x - 21$

$= 8x^3 + (-4-28)x^2 + (6+14)x - 21$

$= \mathbf{8x^3 - 32x^2 + 20x - 21}$

教科書 P.11

問 12 (1) $(3x+y)^2$

$= (3x)^2 + 2 \cdot 3x \cdot y + y^2$

$= \mathbf{9x^2 + 6xy + y^2}$

(2) $(8x-3y)^2$

$= (8x)^2 - 2 \cdot 8x \cdot 3y + (3y)^2$

$= \mathbf{64x^2 - 48xy + 9y^2}$

(3) $(6x+5y)(6x-5y)$

$= (6x)^2 - (5y)^2$

$= \mathbf{36x^2 - 25y^2}$

(4) $(x+2)(x-7)$

$= x^2 + (2-7)x + 2 \cdot (-7)$

$= \mathbf{x^2 - 5x - 14}$

問 13 (1) $(2x+1)(5x+2)$

$= 2 \cdot 5x^2 + (2 \cdot 2 + 1 \cdot 5)x + 1 \cdot 2$

$= \mathbf{10x^2 + 9x + 2}$

(2) $(3x-4)(2x+5)$

$= 3 \cdot 2x^2 + (3 \cdot 5 - 4 \cdot 2)x - 4 \cdot 5$

$= \mathbf{6x^2 + 7x - 20}$

教科書 P.12

問 14 (1) $(x-3y)(4x-y)$

$= 4x^2 + \{1 \cdot (-1) - 3 \cdot 4\}xy - 3 \cdot (-1)y^2$

$= \mathbf{4x^2 - 13xy + 3y^2}$

(2) $(4x+y)(3x-2y)$

$= 4 \cdot 3x^2 + \{4 \cdot (-2) + 1 \cdot 3\}xy + 1 \cdot (-2)y^2$

$= \mathbf{12x^2 - 5xy - 2y^2}$

問 15 (1) $(a+b)(a+b-5)$

$= (a+b)\{(a+b) - 5\}$

$= (a+b)^2 - 5(a+b)$

$= \mathbf{a^2 + 2ab + b^2 - 5a - 5b}$

(2) $(a-b+3)(a-b-7)$

$= \{(a-b)+3\}\{(a-b)-7\}$

$= (a-b)^2 - 4(a-b) - 21$

$= \mathbf{a^2 - 2ab + b^2 - 4a + 4b - 21}$

(3) $(x-y-z)(x+y-z)$

$= \{(x-z)-y\}\{(x-z)+y\}$

$= (x-z)^2 - y^2$

$= \mathbf{x^2 - 2xz + z^2 - y^2}$

(4) $(x+y-z)(x-y+z)$

$= \{x+(y-z)\}\{x-(y-z)\}$

$= x^2 - (y-z)^2$

$= x^2 - (y^2 - 2yz + z^2)$

$= \mathbf{x^2 - y^2 + 2yz - z^2}$

問 16 (1) $(a+b-c)^2$

$= a^2 + b^2 + (-c)^2 + 2 \cdot a \cdot b + 2 \cdot b \cdot (-c)$
$+ 2 \cdot (-c) \cdot a$

$= \mathbf{a^2 + b^2 + c^2 + 2ab - 2bc - 2ca}$

(2) $(a-b-c)^2$

$= a^2 + (-b)^2 + (-c)^2 + 2 \cdot a \cdot (-b)$
$+ 2 \cdot (-b) \cdot (-c) + 2 \cdot (-c) \cdot a$

$= \mathbf{a^2 + b^2 + c^2 - 2ab + 2bc - 2ca}$

(3) $(x-2y+3z)^2$

$= x^2 + (-2y)^2 + (3z)^2 + 2 \cdot x \cdot (-2y)$
$+ 2 \cdot (-2y) \cdot 3z + 2 \cdot 3z \cdot x$

$= \mathbf{x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 4xy - 12yz + 6zx}$

教科書 P.13

問 17 ① $(x+2)(x+3)(x-2)(x-3)$

$= \{(x+2)(x+3)\}\{(x-2)(x-3)\}$

$= (x^2 + 5x + 6)(x^2 - 5x + 6)$

$= \{(x^2+6) + 5x\}\{(x^2+6) - 5x\}$

$= (x^2+6)^2 - 25x^2$

$= x^4 + 12x^2 + 36 - 25x^2$

$= \mathbf{x^4 - 13x^2 + 36}$

② $(x+2)(x+3)(x-2)(x-3)$

$= \{(x+2)(x-3)\}\{(x+3)(x-2)\}$

$= (x^2 - x - 6)(x^2 + x - 6)$

$= \{(x^2-6) - x\}\{(x^2-6) + x\}$

$= (x^2-6)^2 - x^2$

$= x^4 - 12x^2 + 36 - x^2$

$= \mathbf{x^4 - 13x^2 + 36}$

問 18 (1) $(x+2)(x+5)(x-2)(x-5)$

$= \{(x+2)(x-2)\}\{(x+5)(x-5)\}$

$= (x^2-4)(x^2-25)$

$= \mathbf{x^4 - 29x^2 + 100}$

(2) $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4)$

$= \{(x+1)(x+4)\}\{(x+2)(x+3)\}$

$= (x^2 + 5x + 4)(x^2 + 5x + 6)$

$= \{(x^2+5x) + 4\}\{(x^2+5x) + 6\}$

$= (x^2+5x)^2+10(x^2+5x)+24$
$= x^4+10x^3+25x^2+10x^2+50x+24$
$= \boldsymbol{x^4+10x^3+35x^2+50x+24}$

(3) $(a+2b)^2(a-2b)^2$
$= \{(a+2b)(a-2b)\}^2$
$= (a^2-4b^2)^2$
$= \boldsymbol{a^4-8a^2b^2+16b^4}$

(4) $(2x-3y)^2(2x+3y)^2$
$= \{(2x-3y)(2x+3y)\}^2$
$= (4x^2-9y^2)^2$
$= \boldsymbol{16x^4-72x^2y^2+81y^4}$

**問 19** $(a^2+1)(a+1)(a-1)$
$= (a^2+1)(a^2-1)$
$= (a^2)^2-1$
$= \boldsymbol{a^4-1}$

## 3 | 因数分解

教科書 P.14

**問 20** (1) $9a^2b-6ac = 3a\cdot 3ab-3a\cdot 2c$
$= \boldsymbol{3a(3ab-2c)}$

(2) $3xyz^2+xy = xy\cdot 3z^2+xy\cdot 1$
$= \boldsymbol{xy(3z^2+1)}$

(3) $3a^3b^2-6a^2b^3+12a^2b^2c$
$= 3a^2b^2\cdot a-3a^2b^2\cdot 2b+3a^2b^2\cdot 4c$
$= \boldsymbol{3a^2b^2(a-2b+4c)}$

**問 21** (1) $(x+5y)y-(x+5y)z$
$= \boldsymbol{(x+5y)(y-z)}$

(2) $4x(y-2)+y-2 = 4x(y-2)+(y-2)$
$= \boldsymbol{(4x+1)(y-2)}$

(3) $(3a-b)x-3a+b$
$= (3a-b)x-(3a-b)$
$= \boldsymbol{(3a-b)(x-1)}$

(4) $a(b-c)-2c+2b$
$= a(b-c)+(2b-2c)$
$= a(b-c)+2(b-c)$
$= \boldsymbol{(a+2)(b-c)}$

教科書 P.15

**問 22** (1) $16x^2+8x+1 = (4x)^2+2\cdot 4x\cdot 1+1^2$
$= \boldsymbol{(4x+1)^2}$

(2) $4x^2-28xy+49y^2$
$= (2x)^2-2\cdot 2x\cdot 7y+(7y)^2$
$= \boldsymbol{(2x-7y)^2}$

(3) $64x^2-81y^2 = (8x)^2-(9y)^2$
$= \boldsymbol{(8x+9y)(8x-9y)}$

(4) $x^2+13x-30$
$= x^2+\{(-2)+15\}x+(-2)\cdot 15$
$= \boldsymbol{(x-2)(x+15)}$

**問 23** (1) $25x^4-4x^2y^2$
$= x^2(25x^2-4y^2)$
$= x^2\{(5x)^2-(2y)^2\}$
$= \boldsymbol{x^2(5x+2y)(5x-2y)}$

(2) $ax^2+12ax+36a$
$= a(x^2+12x+36)$
$= \boldsymbol{a(x+6)^2}$

(3) $x^3-2x^2-48x$
$= x(x^2-2x-48)$
$= \boldsymbol{x(x+6)(x-8)}$

(4) $(a-b)x^2+(b-a)y^2$
$= (a-b)x^2-(a-b)y^2$
$= (a-b)(x^2-y^2)$
$= \boldsymbol{(a-b)(x+y)(x-y)}$

教科書 P.16

**問 24** (1) $2x^2+3x+1 = \boldsymbol{(x+1)(2x+1)}$

$$\begin{array}{ccccr} 1 & \times & 1 & \longrightarrow & 2 \\ 2 & & 1 & \longrightarrow & \underline{1} \\ & & & & 3 \end{array}$$

(2) $3x^2-5x-2 = \boldsymbol{(x-2)(3x+1)}$

$$\begin{array}{ccccr} 1 & \times & -2 & \longrightarrow & -6 \\ 3 & & 1 & \longrightarrow & \underline{1} \\ & & & & -5 \end{array}$$

(3) $5x^2+7x-6 = \boldsymbol{(x+2)(5x-3)}$

$$\begin{array}{ccccr} 1 & \times & 2 & \longrightarrow & 10 \\ 5 & & -3 & \longrightarrow & \underline{-3} \\ & & & & 7 \end{array}$$

(4) $8x^2+6x-5 = \boldsymbol{(2x-1)(4x+5)}$

$$\begin{array}{ccccr} 2 & \times & -1 & \longrightarrow & -4 \\ 4 & & 5 & \longrightarrow & \underline{10} \\ & & & & 6 \end{array}$$

(5) $6x^2-5x-6 = \boldsymbol{(2x-3)(3x+2)}$

$$\begin{array}{ccccr} 2 & \times & -3 & \longrightarrow & -9 \\ 3 & & 2 & \longrightarrow & \underline{4} \\ & & & & -5 \end{array}$$

(6) $4x^2-16x+15 = \boldsymbol{(2x-3)(2x-5)}$

$$\begin{array}{ccccr} 2 & \times & -3 & \longrightarrow & -6 \\ 2 & & -5 & \longrightarrow & \underline{-10} \\ & & & & -16 \end{array}$$

教科書 P.17

**問 25** (1) $7x^2+11xy+4y^2 = \boldsymbol{(x+y)(7x+4y)}$

$$\begin{array}{ccccr} 1 & \times & y & \longrightarrow & 7y \\ 7 & & 4y & \longrightarrow & \underline{4y} \\ & & & & 11y \end{array}$$

(2) $12x^2-xy-6y^2 = \boldsymbol{(3x+2y)(4x-3y)}$

$$\begin{array}{ccccr} 3 & \times & 2y & \longrightarrow & 8y \\ 4 & & -3y & \longrightarrow & \underline{-9y} \\ & & & & -y \end{array}$$

**問 26** (1) $(a+4b)^2-b^2$
$= \{(a+4b)+b\}\{(a+4b)-b\}$
$= \boldsymbol{(a+5b)(a+3b)}$

(2) $9x^2-(y-z)^2$
$=(3x)^2-(y-z)^2$
$=\{3x+(y-z)\}\{3x-(y-z)\}$
$=\boldsymbol{(3x+y-z)(3x-y+z)}$

(3) $(x-y)^2+4(x-y)-45$
$=\{(x-y)-5\}\{(x-y)+9\}$
$=\boldsymbol{(x-y-5)(x-y+9)}$

(4) $(2a+b)(2a+b-9)+20$
$=(2a+b)\{(2a+b)-9\}+20$
$=(2a+b)^2-9(2a+b)+20$
$=\{(2a+b)-4\}\{(2a+b)-5\}$
$=\boldsymbol{(2a+b-4)(2a+b-5)}$

教科書 P.18

**問 27** (1) $4xy^2-4y^2-x+1$
$=(4y^2-1)x-(4y^2-1)$
$=(4y^2-1)(x-1)$
$=\boldsymbol{(2y+1)(2y-1)(x-1)}$

(2) $a^3-9ab^2+a^2c-9b^2c$
$=(a^2-9b^2)c+(a^3-9ab^2)$
$=(a^2-9b^2)c+a(a^2-9b^2)$
$=(a^2-9b^2)(a+c)$
$=\boldsymbol{(a+3b)(a-3b)(a+c)}$

**問 28** $2x^2+9xy+4y^2+5x+6y+2$
$=4y^2+(9x+6)y+(2x^2+5x+2)$
$=4y^2+(9x+6)y+(x+2)(2x+1)$
$=\{y+(2x+1)\}\{4y+(x+2)\}$
$=\boldsymbol{(2x+y+1)(x+4y+2)}$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \times & 2x+1 & \longrightarrow & 8x+4 \\ 4 & & x+2 & \longrightarrow & x+2 \\ \hline & & & & 9x+6 \end{array}$$

**問 29** (1) $2x^2+5xy+2y^2-5x-y-3$
$=2x^2+(5y-5)x+(2y^2-y-3)$
$=2x^2+(5y-5)x+(y+1)(2y-3)$
$=\{x+(2y-3)\}\{2x+(y+1)\}$
$=\boldsymbol{(x+2y-3)(2x+y+1)}$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \times & 2y-3 & \longrightarrow & 4y-6 \\ 2 & & y+1 & \longrightarrow & y+1 \\ \hline & & & & 5y-5 \end{array}$$

(2) $2x^2-xy-y^2+5x+y+2$
$=2x^2+(-y+5)x-(y^2-y-2)$
$=2x^2+(-y+5)x-(y-2)(y+1)$
$=\{x-(y-2)\}\{2x+(y+1)\}$
$=\boldsymbol{(x-y+2)(2x+y+1)}$

$$\begin{array}{ccccc} 1 & \times & -(y-2) & \longrightarrow & -2y+4 \\ 2 & & y+1 & \longrightarrow & y+1 \\ \hline & & & & -y+5 \end{array}$$

教科書 P.19

**問 30** $a(b^2+c^2)+b(c^2+a^2)+c(a^2+b^2)+2abc$
$=(b+c)a^2+(b^2+2bc+c^2)a+(b^2c+bc^2)$
$=(b+c)a^2+(b+c)^2a+bc(b+c)$
$=(b+c)\{a^2+(b+c)a+bc\}$
$=(b+c)(a+b)(a+c)$
$=\boldsymbol{(a+b)(b+c)(c+a)}$

## 問題

**1** 2つの多項式を $A$, $B$ とおくと
$A+B=6x^3+2x^2-3x-4$ ……①
$A-B=2x^3-6x^2+3x+12$ ……②
①＋② より $2A=8x^3-4x^2+8$
したがって $A=4x^3-2x^2+4$
①－② より $2B=4x^3+8x^2-6x-16$
したがって $B=2x^3+4x^2-3x-8$
すなわち，2つの多項式は
$\boldsymbol{4x^3-2x^2+4,\ 2x^3+4x^2-3x-8}$

**2** (1) $(3x-1)(x^2+7x-5)$
$=3x(x^2+7x-5)-(x^2+7x-5)$
$=3x^3+21x^2-15x-x^2-7x+5$
$=3x^3+(21-1)x^2+(-15-7)x+5$
$=\boldsymbol{3x^3+20x^2-22x+5}$

(2) $(x^2-x+1)^2$
$=(x^2)^2+(-x)^2+1^2+2\cdot x^2\cdot(-x)$
$+2\cdot(-x)\cdot1+2\cdot1\cdot x^2$
$=x^4+x^2+1-2x^3-2x+2x^2$
$=\boldsymbol{x^4-2x^3+3x^2-2x+1}$

(3) $\left(a-2b-\frac{1}{2}c\right)\left(a+2b+\frac{1}{2}c\right)$
$=\left\{a-\left(2b+\frac{1}{2}c\right)\right\}\left\{a+\left(2b+\frac{1}{2}c\right)\right\}$
$=a^2-\left(2b+\frac{1}{2}c\right)^2$
$=a^2-\left(4b^2+2bc+\frac{1}{4}c^2\right)$
$=\boldsymbol{a^2-4b^2-\frac{1}{4}c^2-2bc}$

(4) $(x-1)(x-2)(x+3)(x+6)$
$=\{(x-1)(x+6)\}\{(x-2)(x+3)\}$
$=(x^2+5x-6)(x^2+x-6)$
$=\{(x^2-6)+5x\}\{(x^2-6)+x\}$
$=(x^2-6)^2+6x(x^2-6)+5x^2$
$=x^4-12x^2+36+6x^3-36x+5x^2$
$=\boldsymbol{x^4+6x^3-7x^2-36x+36}$

**3** 例 20 では
$\begin{cases}a=1\\c=3\end{cases}$ のとき $\begin{cases}b=-1\\d=5\end{cases}$
として
$3x^2+2x-5=(x-1)(3x+5)$ ……①
と因数分解することができた。
また，$\begin{cases}a=3\\c=1\end{cases}$ のときは $\begin{cases}b=5\\d=-1\end{cases}$ とすれば
$ad+bc=2$
となり

$3x^2+2x-5=(3x+5)(x-1)$ ……②

と因数分解することができる。

② の右辺は因数の順序は異なるが ① と同じ式である。

また，$\begin{cases}a=-1\\c=-3\end{cases}$ のときは，$\begin{cases}b=1\\d=-5\end{cases}$ とすれば

$ad+bc=2$ となり

$3x^2+2x-5=(-x+1)(-3x-5)$ ……③

と因数分解できる。この右辺の因数のそれぞれから $-1$ をくくり出すと

$3x^2+2x-5=(x-1)(3x+5)$

となり，① と同じ式になる。

また，$\begin{cases}a=-3\\c=-1\end{cases}$ のときは，因数の順序は異なるが ③ と同じ式になる。すなわち，① と同じ式になる。

したがって，すべて同じ式になるから，$\begin{cases}a=1\\c=3\end{cases}$ の場合だけを考えればよい。

**4** (1) $4x^3-18x^2-10x$

$=2x(2x^2-9x-5)$

$=\boldsymbol{2x(2x+1)(x-5)}$

$$\begin{array}{cccc} 2 & 1 & \longrightarrow & 1\\ 1 & -5 & \longrightarrow & \underline{-10}\\ & & & -9\end{array}$$

(2) $8a^2-2ab-3b^2$

$=\boldsymbol{(2a+b)(4a-3b)}$

$$\begin{array}{cccc} 2 & b & \longrightarrow & 4b\\ 4 & -3b & \longrightarrow & \underline{-6b}\\ & & & -2b\end{array}$$

(3) $(x-3)^2+3-x$

$=(x-3)^2-(x-3)$

$=(x-3)\{(x-3)-1\}$

$=\boldsymbol{(x-3)(x-4)}$

(4) $(x-y)^2-(2x-y)^2$

$=\{(x-y)+(2x-y)\}\{(x-y)-(2x-y)\}$

$=(3x-2y)(-x)$

$=\boldsymbol{-x(3x-2y)}$

(5) $4ab^2-a+2b-1$

$=(4b^2-1)a+(2b-1)$

$=(2b+1)(2b-1)a+(2b-1)$

$=(2b-1)\{(2b+1)a+1\}$

$=\boldsymbol{(2b-1)(2ab+a+1)}$

(6) $x^2-(a-1)x-a$

$=x^2-ax+x-a$

$=-(x+1)a+(x^2+x)$

$=-(x+1)a+x(x+1)$

$=\boldsymbol{(x+1)(x-a)}$

(7) $6x^2+7xy+2y^2-x-y-1$

$=6x^2+(7y-1)x+(2y^2-y-1)$

$=6x^2+(7y-1)x+(y-1)(2y+1)$

$=\{3x+(2y+1)\}\{2x+(y-1)\}$

$=\boldsymbol{(3x+2y+1)(2x+y-1)}$

$$\begin{array}{cccc} 3 & 2y+1 & \longrightarrow & 4y+2\\ 2 & y-1 & \longrightarrow & \underline{3y-3}\\ & & & 7y-1\end{array}$$

(8) $a^3-ab^2+b^2c-a^2c$

$=a(a^2-b^2)-(a^2-b^2)c$

$=(a^2-b^2)(a-c)$

$=\boldsymbol{(a+b)(a-b)(a-c)}$

## 参考　複 2 次式の因数分解

教科書 P.20

**問 1** (1) $x^2=X$ とおくと

$x^4-13x^2+36$

$=X^2-13X+36$

$=(X-4)(X-9)$

$=(x^2-4)(x^2-9)$

$=\boldsymbol{(x+2)(x-2)(x+3)(x-3)}$

(2) $x^2=X$ とおくと

$8x^4+10x^2-3$

$=8X^2+10X-3$

$=(4X-1)(2X+3)$

$=(4x^2-1)(2x^2+3)$

$=\boldsymbol{(2x+1)(2x-1)(2x^2+3)}$

$$\begin{array}{cccc} 4 & -1 & \longrightarrow & -2\\ 2 & 3 & \longrightarrow & \underline{12}\\ & & & 10\end{array}$$

**問 2** (1) $x^4+x^2+1$

$=(x^4+2x^2+1)-x^2$

$=(x^2+1)^2-x^2$

$=\{(x^2+1)+x\}\{(x^2+1)-x\}$

$=\boldsymbol{(x^2+x+1)(x^2-x+1)}$

(2) $9x^4-7x^2+1$

$=(9x^4-6x^2+1)-x^2$

$=(3x^2-1)^2-x^2$

$=\{(3x^2-1)+x\}\{(3x^2-1)-x\}$

$=\boldsymbol{(3x^2+x-1)(3x^2-x-1)}$

## 発展　3 次式の乗法公式と因数分解

教科書 P.21

**問 1** $\boxed{1}$ $(a+b)^3=(a+b)^2(a+b)$

$=(a^2+2ab+b^2)(a+b)$

$=(a^2+2ab+b^2)a+(a^2+2ab+b^2)b$

$=a^3+2a^2b+ab^2+a^2b+2ab^2+b^3$

$=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

$\boxed{2}$ $(a-b)^3=(a-b)^2(a-b)$

$=(a^2-2ab+b^2)(a-b)$

$=(a^2-2ab+b^2)a-(a^2-2ab+b^2)b$

$=a^3-2a^2b+ab^2-a^2b+2ab^2-b^3$

$=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$

**問 2** (1) $(x+1)^3$

$=x^3+3\cdot x^2\cdot 1+3\cdot x\cdot 1^2+1^3$

$=\boldsymbol{x^3+3x^2+3x+1}$

(2)　$(2x-y)^3$

$=(2x)^3-3\cdot(2x)^2\cdot y+3\cdot 2x\cdot y^2-y^3$

$=\boldsymbol{8x^3-12x^2y+6xy^2-y^3}$

**問3**　$\boxed{3}$　$(a+b)(a^2-ab+b^2)$

$=a(a^2-ab+b^2)+b(a^2-ab+b^2)$

$=a^3-a^2b+ab^2+a^2b-ab^2+b^3$

$=a^3+b^3$

$\boxed{4}$　$(a-b)(a^2+ab+b^2)$

$=a(a^2+ab+b^2)-b(a^2+ab+b^2)$

$=a^3+a^2b+ab^2-a^2b-ab^2-b^3$

$=a^3-b^3$

**問4**　(1)　$x^3+125$

$=x^3+5^3$

$=(x+5)(x^2-x\cdot 5+5^2)$

$=\boldsymbol{(x+5)(x^2-5x+25)}$

(2)　$64x^3-27y^3$

$=(4x)^3-(3y)^3$

$=(4x-3y)\{(4x)^2+4x\cdot 3y+(3y)^2\}$

$=\boldsymbol{(4x-3y)(16x^2+12xy+9y^2)}$

## 2節　実数

### 1　実数

教科書 P.22

**問1**　(1)　$2.04=\dfrac{204}{100}=\boldsymbol{\dfrac{51}{25}}$

(2)　$0.625=\dfrac{625}{1000}=\boldsymbol{\dfrac{5}{8}}$

教科書 P.23

**問2**　(1)　$\dfrac{7}{18}=0.3888\cdots=\boldsymbol{0.3\dot{8}}$

(2)　$\dfrac{2}{11}=0.1818\cdots=\boldsymbol{0.\dot{1}\dot{8}}$

(3)　$\dfrac{7}{55}=0.12727\cdots=\boldsymbol{0.1\dot{2}\dot{7}}$

(4)　$\dfrac{48}{37}=1.297297\cdots=\boldsymbol{1.\dot{2}9\dot{7}}$

**問3**　(1)　$r=0.\dot{1}\dot{2}$　とおく。

$100r$ と $r$ との差を考えると

$$\begin{array}{rrl} & 100r = & 12.121212\cdots \\ -) & r = & 0.121212\cdots \\ \hline & 99r = & 12 \end{array}$$

上の計算より

$r=\dfrac{12}{99}=\boldsymbol{\dfrac{4}{33}}$

(2)　$r=0.1\dot{2}$　とおく。

$10r$ と $r$ との差を考えると

$$\begin{array}{rrl} & 10r = & 1.222\cdots \\ -) & r = & 0.122\cdots \\ \hline & 9r = & 1.1 \end{array}$$

上の計算より

$r=\dfrac{1.1}{9}=\boldsymbol{\dfrac{11}{90}}$

(3)　$r=1.\dot{2}3\dot{4}$　とおく。

$1000r$ と $r$ との差を考えると

$$\begin{array}{rrl} & 1000r = & 1234.234234\cdots \\ -) & r = & 1.234234\cdots \\ \hline & 999r = & 1233 \end{array}$$

上の計算より

$r=\dfrac{1233}{999}=\boldsymbol{\dfrac{137}{111}}$

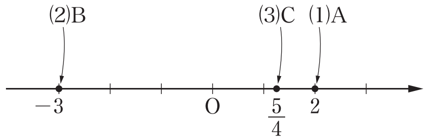
教科書 P.24

**問4**　有理数は　$\boldsymbol{\dfrac{1}{7}}$,　$\boldsymbol{0.2\dot{3}}$,　$\boldsymbol{\sqrt{25}}$

無理数は　$\boldsymbol{2\pi}$,　$\boldsymbol{\sqrt{7}}$

教科書 P.25

**問5**




**問6**　(1)　$|2.5|=\boldsymbol{2.5}$

(2)　$\left|-\dfrac{1}{3}\right|=\boldsymbol{\dfrac{1}{3}}$

(3)　$|0|=\boldsymbol{0}$

教科書 P.26

**問7**　(1)　$|-4+3|=|-1|=-(-1)=\boldsymbol{1}$

(2)　$\left|\dfrac{1}{3}-\dfrac{1}{4}\right|=\left|\dfrac{1}{12}\right|=\boldsymbol{\dfrac{1}{12}}$

(3)　$1-\sqrt{3}<0$　であるから

$|1-\sqrt{3}|=-(1-\sqrt{3})=\boldsymbol{-1+\sqrt{3}}$

**問8**　(1)　$\mathrm{AB}=|5-2|=|3|=\boldsymbol{3}$

(2)　$\mathrm{AB}=|5-(-2)|=|7|=\boldsymbol{7}$

(3)　$\mathrm{AB}=|(-9)-(-3)|=|-6|=\boldsymbol{6}$

**問9**　$a=-2$　のとき

$|-a|=|2|=2$,　$|a|=|-2|=2$

であるから，$\boxed{2}$ が成り立つ。

また

$|a|^2=|-2|^2=2^2=4$

$a^2=(-2)^2=4$

であるから，$\boxed{3}$ が成り立つ。

**問10**　$a=-3$,　$b=2$　のとき

$|ab|=|(-3)\cdot 2|=|-6|=6$

$|a||b|=|-3|\cdot|2|=3\cdot 2=6$

であるから，$\boxed{4}$ が成り立つ。

また

$\left|\dfrac{a}{b}\right|=\left|\dfrac{-3}{2}\right|=\left|-\dfrac{3}{2}\right|=\dfrac{3}{2}$

$\dfrac{|a|}{|b|}=\dfrac{|-3|}{|2|}=\dfrac{3}{2}$

であるから，$\boxed{5}$ が成り立つ。

## 2 | 根号を含む式の計算

教科書 P.27

**問 11** (1) $\boldsymbol{\sqrt{17}}$ **と** $\boldsymbol{-\sqrt{17}}$

(2) **5 と −5**

(3) **12**

**問 12** $a-1<0$ であるから

$$\sqrt{a^2-2a+1}=\sqrt{(a-1)^2}=|a-1|$$
$$=-(a-1)=\boldsymbol{-a+1}$$

教科書 P.28

**問 13** $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ を 2 乗すると

$$\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)^2=\frac{(\sqrt{a})^2}{(\sqrt{b})^2}=\frac{a}{b}$$

ここで，$\sqrt{a}>0$，$\sqrt{b}>0$ であるから

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}>0$$

よって，$\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ は $\dfrac{a}{b}$ の正の平方根である。

したがって，$\boxed{2}$ が成り立つ。

**問 14** (1) $\sqrt{24}=\sqrt{2^2\cdot 6}=\boldsymbol{2\sqrt{6}}$

(2) $\sqrt{1700}=\sqrt{10^2\cdot 17}=\boldsymbol{10\sqrt{17}}$

(3) $\sqrt{8}+\sqrt{18}-\sqrt{72}$

$=2\sqrt{2}+3\sqrt{2}-6\sqrt{2}$

$=\boldsymbol{-\sqrt{2}}$

(4) $\sqrt{20}-3\sqrt{2}-\sqrt{\dfrac{5}{9}}+\sqrt{50}$

$=2\sqrt{5}-3\sqrt{2}-\dfrac{\sqrt{5}}{3}+5\sqrt{2}$

$=2\sqrt{5}-\dfrac{\sqrt{5}}{3}-3\sqrt{2}+5\sqrt{2}$

$=\boldsymbol{\dfrac{5\sqrt{5}}{3}+2\sqrt{2}}$

教科書 P.29

**問 15** (1) $(\sqrt{7}+\sqrt{3})(\sqrt{7}-\sqrt{3})$

$=(\sqrt{7})^2-(\sqrt{3})^2$

$=7-3$

$=\boldsymbol{4}$

(2) $(\sqrt{6}-\sqrt{10})^2$

$=(\sqrt{6})^2-2\cdot\sqrt{6}\cdot\sqrt{10}+(\sqrt{10})^2$

$=6-2\sqrt{60}+10$

$=\boldsymbol{16-4\sqrt{15}}$

**問 16** (1) $\dfrac{1}{\sqrt{28}}=\dfrac{1}{2\sqrt{7}}=\dfrac{\sqrt{7}}{2\sqrt{7}\cdot\sqrt{7}}=\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{7}}{14}}$

(2) $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{11}}=\dfrac{\sqrt{2}\cdot\sqrt{11}}{\sqrt{11}\cdot\sqrt{11}}=\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{22}}{11}}$

(3) $\dfrac{3}{\sqrt{15}}=\dfrac{3\cdot\sqrt{15}}{\sqrt{15}\cdot\sqrt{15}}=\dfrac{3\sqrt{15}}{15}=\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{15}}{5}}$

**問 17** (1) $\dfrac{1}{\sqrt{6}+\sqrt{3}}=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{(\sqrt{6}+\sqrt{3})(\sqrt{6}-\sqrt{3})}$

$=\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{6-3}$

$=\boldsymbol{\dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{3}}{3}}$

(2) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}=\dfrac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$

$=\dfrac{(\sqrt{3})^2+\sqrt{3}\sqrt{2}}{3-2}$

$=\boldsymbol{3+\sqrt{6}}$

(3) $\dfrac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}}=\dfrac{(3+\sqrt{5})^2}{(3-\sqrt{5})(3+\sqrt{5})}$

$=\dfrac{3^2+2\cdot 3\cdot\sqrt{5}+(\sqrt{5})^2}{9-5}$

$=\dfrac{14+6\sqrt{5}}{4}$

$=\boldsymbol{\dfrac{7+3\sqrt{5}}{2}}$

教科書 P.30

**問 18** $x=\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})}=\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{2}$

$y=\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})}=\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}$

(1) $x+y=\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{2}+\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}$

$=\boldsymbol{\sqrt{7}}$

(2) $xy=\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{5}}{2}\cdot\dfrac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2}$

$=\dfrac{(\sqrt{7}+\sqrt{5})(\sqrt{7}-\sqrt{5})}{2\cdot 2}$

$=\dfrac{7-5}{4}$

$=\boldsymbol{\dfrac{1}{2}}$

(3) $x^2+y^2=(x+y)^2-2xy$

であるから，(1)，(2) より

$$(x+y)^2-2xy=(\sqrt{7})^2-2\cdot\frac{1}{2}$$
$$=\boldsymbol{6}$$

### 発展 $x^3+y^3$ の値

**問 1** $x^3+y^3=(x+y)^3-3xy(x+y)$

$=(\sqrt{7})^3-3\cdot\dfrac{1}{2}\cdot\sqrt{7}$

$=7\sqrt{7}-\dfrac{3\sqrt{7}}{2}$

$=\boldsymbol{\dfrac{11\sqrt{7}}{2}}$

教科書 P.31

**問 19** $3^2<10<4^2$ より，$3<\sqrt{10}<4$ であるから，$\sqrt{10}$ を超えない最大の整数は 3 である。

したがって，$\sqrt{10}$ の **整数部分は 3，小数部分は**

$\sqrt{10}-3$ である。

<u>問 20</u> $x=\dfrac{4}{\sqrt{5}-1}$ とおく。$x$ の分母を有理化すると

$$x=\frac{4(\sqrt{5}+1)}{(\sqrt{5}-1)(\sqrt{5}+1)}=\sqrt{5}+1$$

となる。ここで，$2^2<5<3^2$ より，$2<\sqrt{5}<3$ であるから，$\sqrt{5}$ の整数部分は 2 である。

したがって，$x$ の整数部分 $a$ は

$$\boldsymbol{a}=2+1=\boldsymbol{3}$$

また，$x$ の小数部分 $b$ は

$$\boldsymbol{b}=x-3=(\sqrt{5}+1)-3=\boldsymbol{\sqrt{5}-2}$$

## 問題

教科書 P.32

**5** (1) $3-\pi<0$ であるから

$$|3-\pi|=-(3-\pi)=-3+\pi$$

したがって

$$|3-\pi|+3=-3+\pi+3$$
$$=\boldsymbol{\pi}$$

(2) $\sqrt{2}-3<0$ であるから

$$|\sqrt{2}-3|=-(\sqrt{2}-3)=-\sqrt{2}+3$$

したがって

$$1-|\sqrt{2}-3|=1-(-\sqrt{2}+3)$$
$$=\boldsymbol{\sqrt{2}-2}$$

**6** 誤りのある箇所　②

正しい式変形は

$$\sqrt{a^2-4ab+4b^2}$$
$$=\sqrt{(a-2b)^2}$$
$$=|a-2b|$$

**7** (1) $(3\sqrt{2}+2\sqrt{3})(2-\sqrt{6})$

$$=6\sqrt{2}-3\sqrt{12}+4\sqrt{3}-2\sqrt{18}$$
$$=6\sqrt{2}-6\sqrt{3}+4\sqrt{3}-6\sqrt{2}$$
$$=\boldsymbol{-2\sqrt{3}}$$

(2) $(1+\sqrt{3}+\sqrt{5})^2$

$$=1^2+(\sqrt{3})^2+(\sqrt{5})^2+2\cdot1\cdot\sqrt{3}+2\cdot\sqrt{3}\cdot\sqrt{5}+2\cdot\sqrt{5}\cdot1$$
$$=1+3+5+2\sqrt{3}+2\sqrt{15}+2\sqrt{5}$$
$$=\boldsymbol{2\sqrt{3}+2\sqrt{15}+2\sqrt{5}+9}$$

(3) $\sqrt{48}-\dfrac{\sqrt{27}}{2}+\dfrac{1}{\sqrt{12}}$

$$=4\sqrt{3}-\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2\sqrt{3}}$$
$$=4\sqrt{3}-\frac{3\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{6}$$
$$=\boldsymbol{\frac{8\sqrt{3}}{3}}$$

(4) $\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}-\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$

$$=\frac{\sqrt{3}(\sqrt{3}+\sqrt{2})-\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{3}+\sqrt{2})}$$
$$=\frac{(3+\sqrt{6})-(3-\sqrt{6})}{3-2}$$
$$=\boldsymbol{2\sqrt{6}}$$

**8**

$$x=\frac{\sqrt{5}+2}{(\sqrt{5}-2)(\sqrt{5}+2)}=\sqrt{5}+2$$

$$y=\frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}=\sqrt{5}-2$$

より　$x+y=(\sqrt{5}+2)+(\sqrt{5}-2)=2\sqrt{5}$

$x-y=(\sqrt{5}+2)-(\sqrt{5}-2)=4$

$xy=(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)=1$

(1) $x^2-y^2=(x+y)(x-y)=2\sqrt{5}\cdot4=\boldsymbol{8\sqrt{5}}$

(2) $\dfrac{x}{y}+\dfrac{y}{x}=\dfrac{x^2+y^2}{xy}=\dfrac{(x+y)^2-2xy}{xy}$

$$=\frac{(2\sqrt{5})^2-2\cdot1}{1}=\boldsymbol{18}$$

**9** (1) $(2\sqrt{7})^2=28$ である。

$5^2<28<6^2$ より，$5<2\sqrt{7}<6$ であるから，$2\sqrt{7}$ を超えない最大の整数は 5 である。

したがって，$2\sqrt{7}$ の **整数部分は 5，小数部分は $2\sqrt{7}-5$** である。

(2) $x=\dfrac{7}{3+\sqrt{2}}$ とおく。$x$ の分母を有理化すると

$$x=\frac{7(3-\sqrt{2})}{(3+\sqrt{2})(3-\sqrt{2})}=3-\sqrt{2}$$

となる。ここで，$1^2<2<2^2$ より，$1<\sqrt{2}<2$，すなわち $-2<-\sqrt{2}<-1$ であるから

$$3-2<3-\sqrt{2}<3-1 \quad より \quad 1<x<2$$

である。

したがって，$x$ の **整数部分は　1**

また，$x$ の **小数部分は**

$$x-1=(3-\sqrt{2})-1=\boldsymbol{2-\sqrt{2}}$$

### 探究　分母に３つの根号を含む式の有理化

教科書 P.33

<u>考察１</u> $(\sqrt{2}+\sqrt{5})-\sqrt{6}$ を $\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{6}}$ の分母と分子に掛けると

$$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{6}}$$
$$=\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{5})-\sqrt{6}}{\{(\sqrt{2}+\sqrt{5})+\sqrt{6}\}\{(\sqrt{2}+\sqrt{5})-\sqrt{6}\}}$$
$$=\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{5})-\sqrt{6}}{(\sqrt{2}+\sqrt{5})^2-(\sqrt{6})^2}$$
$$=\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{5})-\sqrt{6}}{(2+2\sqrt{10}+5)-6}$$
$$=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{6}}{1+2\sqrt{10}} \quad \cdots\cdots ①$$

1
章

上の計算のように，$(\sqrt{2}+\sqrt{5})-\sqrt{6}$ を分母と分子に掛けることにより，与えられた式を分母に 2 つの項を含む式に変形することができた。
分母に 2 つの項を含む式は教科書 P.33 の 6 行目の計算から分母を有理化することができる。したがって，分母に 3 つの根号を含む式についても分母を有理化することができる。
(参考)
$1-2\sqrt{10}$ を ① の分母と分子に掛けると

$$\frac{\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{6}}{1+2\sqrt{10}}$$
$$=\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{6})(1-2\sqrt{10})}{(1+2\sqrt{10})(1-2\sqrt{10})}$$
$$=\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{6})(1-2\sqrt{10})}{1^2-(2\sqrt{10})^2}$$
$$=\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{6})(1-2\sqrt{10})}{-39}$$
$$=\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{5}-\sqrt{6})(2\sqrt{10}-1)}{39}$$

**考察2**
$$\{(\sqrt{2}+\sqrt{3})+(\sqrt{5}+\sqrt{6})\}\times\{(\sqrt{2}+\sqrt{3})-(\sqrt{5}+\sqrt{6})\}$$
$$=(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2-(\sqrt{5}+\sqrt{6})^2$$
$$=(2+2\sqrt{6}+3)-(5+2\sqrt{30}+6)$$
$$=-6+2\sqrt{6}-2\sqrt{30}$$

であるから，$(\sqrt{2}+\sqrt{3})-(\sqrt{5}+\sqrt{6})$ を $\dfrac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{6}}$ の分母と分子に掛けることにより，分母に 3 つの項を含む式に変形することができる。分母に 3 つの項を含む式は，考察 1 の結果から，分母を有理化することができる。したがって，分母に 4 つの根号を含む式についても分母を有理化することができる。
(参考)

$$\{(-6+2\sqrt{6})-2\sqrt{30}\}\{(-6+2\sqrt{6})+2\sqrt{30}\}$$
$$=(-6+2\sqrt{6})^2-(2\sqrt{30})^2$$
$$=(36-24\sqrt{6}+24)-4\cdot 30$$
$$=-60-24\sqrt{6}$$

また

$$(-60-24\sqrt{6})(-60+24\sqrt{6})$$
$$=(-60)^2-(24\sqrt{6})^2$$
$$=3600-3456$$
$$=144$$

であるから

$$\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5}+\sqrt{6}}$$
$$=\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})-(\sqrt{5}+\sqrt{6})}{\{(\sqrt{2}+\sqrt{3})+(\sqrt{5}+\sqrt{6})\}\{(\sqrt{2}+\sqrt{3})-(\sqrt{5}+\sqrt{6})\}}$$
$$=\frac{\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}-\sqrt{6}}{-6+2\sqrt{6}-2\sqrt{30}}$$
$$=\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}-\sqrt{6})\{(-6+2\sqrt{6})+2\sqrt{30}\}}{\{(-6+2\sqrt{6})-2\sqrt{30}\}\{(-6+2\sqrt{6})+2\sqrt{30}\}}$$
$$=\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}-\sqrt{6})(-6+2\sqrt{6}+2\sqrt{30})}{-60-24\sqrt{6}}$$
$$=\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}-\sqrt{6})(-6+2\sqrt{6}+2\sqrt{30})(-60+24\sqrt{6})}{(-60-24\sqrt{6})(-60+24\sqrt{6})}$$
$$=\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}-\sqrt{6})(-6+2\sqrt{6}+2\sqrt{30})(-60+24\sqrt{6})}{144}$$
$$=\frac{(\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{5}-\sqrt{6})(-3+\sqrt{6}+\sqrt{30})(-5+2\sqrt{6})}{6}$$

(補足)
分母と分子に $(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})-\sqrt{6}$ を掛けると，与えられた式の分母は

$$\{(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})+\sqrt{6}\}\times\{(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})-\sqrt{6}\}$$
$$=(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})^2-(\sqrt{6})^2$$
$$=(2+3+5+2\sqrt{6}+2\sqrt{15}+2\sqrt{10})-6$$
$$=4+2\sqrt{6}+2\sqrt{15}+2\sqrt{10}$$

となるが，計算の前後で分母の項の数に変化はなく，項の数を減らすことができない。したがって，この方法では分母を有理化することはできない。

## 発展 二重根号

教科書 P.34

**問 1** (1) $\sqrt{4+2\sqrt{3}}=\sqrt{(3+1)+2\sqrt{3\cdot 1}}$
$=\boldsymbol{\sqrt{3}+1}$

(2) $\sqrt{6-2\sqrt{8}}=\sqrt{(4+2)-2\sqrt{4\cdot 2}}$
$=\sqrt{4}-\sqrt{2}$
$=\boldsymbol{2-\sqrt{2}}$

(3) $\sqrt{7+\sqrt{24}}=\sqrt{7+2\sqrt{6}}$
$=\sqrt{(6+1)+2\sqrt{6\cdot 1}}$
$=\boldsymbol{\sqrt{6}+1}$

(4) $\sqrt{7-\sqrt{48}}=\sqrt{7-2\sqrt{12}}$
$=\sqrt{(4+3)-2\sqrt{4\cdot 3}}$
$=\sqrt{4}-\sqrt{3}$
$=\boldsymbol{2-\sqrt{3}}$

(5) $\sqrt{11+4\sqrt{7}}=\sqrt{11+2\sqrt{28}}$
$=\sqrt{(7+4)+2\sqrt{7\cdot 4}}$
$=\sqrt{7}+\sqrt{4}$
$=\boldsymbol{\sqrt{7}+2}$

(6) $\sqrt{3-\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{6-2\sqrt{5}}}{\sqrt{2}}$
$=\dfrac{\sqrt{(5+1)-2\sqrt{5\cdot 1}}}{\sqrt{2}}$
$=\dfrac{\sqrt{5}-1}{\sqrt{2}}$

$$= \frac{\sqrt{10}-\sqrt{2}}{2}$$

## 発展　対称式と交代式

教科書 P.35

**問1**　文字を入れかえると

① $b^2+a^2=a^2+b^2$

② $b^2-a^2=-(a^2-b^2)$

③ $(b-a)^2=b^2-2ab+a^2=(a-b)^2$

したがって，対称式は ①，③

**問2**　$s=a+b$，$t=ab$ を用いると

① $a^2+b^2=(a+b)^2-2ab=\boldsymbol{s^2-2t}$

③ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$
$=a^2+b^2-2ab=(s^2-2t)-2t$
$=\boldsymbol{s^2-4t}$

**問3**　① $b^3+a^3=a^3+b^3$

② $b^3-a^3=-(a^3-b^3)$

③ $(b-a)^3=\{-(a-b)\}^3=-(a-b)^3$

したがって，交代式は ②，③

# 3節　1次不等式

## 1　不等式とその性質

教科書 P.36

**問1**　$\boldsymbol{3a+4b \leqq 500}$

教科書 P.37

**問2**　(1)　$a=-4$，$b=2$ のとき，$a<b$ であり

$a+3=-1$，$b+3=5$ より　$a+3<b+3$

$a-2=-6$，$b-2=0$ より　$a-2<b-2$

したがって，例2の結果は正しい。また，

$2a=-8$，$2b=4$ より　$2a<2b$

$\frac{a}{2}=-2$，$\frac{b}{2}=1$ より　$\frac{a}{2}<\frac{b}{2}$

したがって，例3の結果は正しい。

(2)　$a=-10$，$b=-6$ のとき，$a<b$ であり

$a+3=-7$，$b+3=-3$ より　$a+3<b+3$

$a-2=-12$，$b-2=-8$ より　$a-2<b-2$

したがって，例2の結果は正しい。また，

$2a=-20$，$2b=-12$ より　$2a<2b$

$\frac{a}{2}=-5$，$\frac{b}{2}=-3$ より　$\frac{a}{2}<\frac{b}{2}$

したがって，例3の結果は正しい。

**問3**　(1)　$a=-6$，$b=4$ のとき $a<b$ であり

$(-2)a=12$，$(-2)b=-8$ より

$(-2)a>(-2)b$

$\frac{a}{-2}=3$，$\frac{b}{-2}=-2$ より

$\frac{a}{-2}>\frac{b}{-2}$

したがって，例4の結果は正しい。

(2)　$a=-8$，$b=-4$ のとき $a<b$ であり

$(-2)a=16$，$(-2)b=8$ より

$(-2)a>(-2)b$

$\frac{a}{-2}=4$，$\frac{b}{-2}=2$ より

$\frac{a}{-2}>\frac{b}{-2}$

したがって，例4の結果は正しい。

## 2　1次不等式の解法

教科書 P.38

**問4**　$x=1$ のとき　$2x+3=5$

$x=2$ のとき　$2x+3=7$

$x=3$ のとき　$2x+3=9$

$x=4$ のとき　$2x+3=11$

したがって，不等式 ① を満たすものは

$\boldsymbol{x=3,\ 4}$

教科書 P.39

**問5**　(1)　$x+5>-1$

左辺の5を右辺に移項して

$x>-1-5$

整理すると　$\boldsymbol{x>-6}$

(2)　$3x-7\leqq 5$

左辺の $-7$ を右辺に移項して

$3x\leqq 5+7$

整理すると　$3x\leqq 12$

両辺を3で割ると　$\boldsymbol{x\leqq 4}$

(3)　$-5x+3>12$

左辺の3を右辺に移項して

$-5x>12-3$

整理すると　$-5x>9$

両辺を $-5$ で割ると　$\boldsymbol{x<-\frac{9}{5}}$

**問6**　(1)　$6x+1<3x+7$

1を右辺に，$3x$ を左辺に移項して

$6x-3x<7-1$

整理すると　$3x<6$

両辺を3で割ると　$\boldsymbol{x<2}$

(2)　$17-9x\leqq 2-3x$

17を右辺に，$-3x$ を左辺に移項して

$-9x+3x\leqq 2-17$

整理すると　$-6x\leqq -15$

両辺を $-6$ で割ると　$\boldsymbol{x\geqq \frac{5}{2}}$

**問7**　(1)　$4(x-1)<-x+6$

$4x-4<-x+6$

整理すると　$5x<10$

両辺を5で割ると　$\boldsymbol{x<2}$

(2)　$3x-2(1-x)\leqq 8+5(2x+1)$

$3x-2+2x\leqq 8+10x+5$

整理すると　$-5x\leqq 15$

両辺を $-5$ で割ると　$\boldsymbol{x\geqq -3}$

(3)　$\frac{x}{2}-\frac{2}{3}>\frac{5(x-2)}{6}$

両辺に 6 を掛けて

$$3x-4>5(x-2)$$
$$3x-4>5x-10$$

整理すると　$-2x>-6$

両辺を $-2$ で割ると　$\boldsymbol{x<3}$

(4)　$\dfrac{5-3x}{6} \geqq \dfrac{x+8}{4}-x$

両辺に 12 を掛けて

$$2(5-3x) \geqq 3(x+8)-12x$$
$$10-6x \geqq 3x+24-12x$$

整理すると　$3x \geqq 14$

両辺を 3 で割ると　$\boldsymbol{x \geqq \dfrac{14}{3}}$

## 3 | 不等式の応用

教科書 P.40

**問 8**　(1)　$\begin{cases} 3x+2<x+4 & \cdots\cdots ① \\ 8x+1>6x-5 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① より　$3x-x<4-2$

整理すると　$2x<2$

したがって　$x<1$　……③

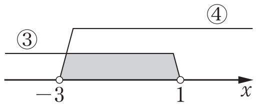
② より　$8x-6x>-5-1$

整理すると　$2x>-6$

したがって　$x>-3$　……④

求める解は ③，④ の共通の範囲であるから

$$\boldsymbol{-3<x<1}$$




(2)　$\begin{cases} 6-4x \leqq -2 & \cdots\cdots ① \\ 2x-8<3(4-x) & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① より　$-4x \leqq -2-6$

整理すると　$-4x \leqq -8$

したがって　$x \geqq 2$　……③

② より　$2x-8<12-3x$

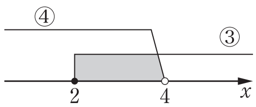
$2x+3x<12+8$

整理すると　$5x<20$

したがって　$x<4$　……④

求める解は ③，④ の共通の範囲であるから

$$\boldsymbol{2 \leqq x<4}$$




(3)　$\begin{cases} x+5 \geqq 3x-1 & \cdots\cdots ① \\ 1-x \leqq 2(x+1) & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① より　$x-3x \geqq -1-5$

整理すると　$-2x \geqq -6$

したがって　$x \leqq 3$　……③

②より　$1-x \leqq 2x+2$

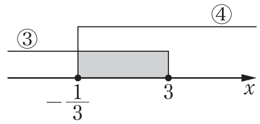
$-x-2x \leqq 2-1$

整理すると　$-3x \leqq 1$

したがって　$x \geqq -\dfrac{1}{3}$　……④

求める解は ③，④ の共通の範囲であるから

$$\boldsymbol{-\frac{1}{3} \leqq x \leqq 3}$$




教科書 P.41

**問 9**　(1)　$\begin{cases} -x+4>3x+8 & \cdots\cdots ① \\ 6x-5 \leqq 3x+7 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① より　$-4x>4$

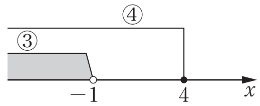
したがって　$x<-1$　……③

② より　$3x \leqq 12$

したがって　$x \leqq 4$　……④

求める解は ③，④ の共通の範囲であるから

$$\boldsymbol{x<-1}$$




(2)　$\begin{cases} 5x-9 \leqq 3x+1 & \cdots\cdots ① \\ 2x-12 \leqq -3x+8 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① より　$2x \leqq 10$

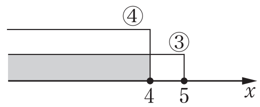
したがって　$x \leqq 5$　……③

② より　$5x \leqq 20$

したがって　$x \leqq 4$　……④

求める解は ③，④ の共通の範囲であるから

$$\boldsymbol{x \leqq 4}$$




**問 10**　$x+4 \leqq -3x-8 \leqq -2x+7$ より

$\begin{cases} x+4 \leqq -3x-8 & \cdots\cdots ① \\ -3x-8 \leqq -2x+7 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① より　$4x \leqq -12$

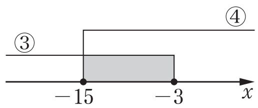
したがって　$x \leqq -3$　……③

② より　$-x \leqq 15$

したがって　$x \geqq -15$　……④

求める解は ③，④ の共通の範囲であるから

$$\boldsymbol{-15 \leqq x \leqq -3}$$




教科書 P.42

**問 11**　チョコレート菓子の個数を $x$ 個とすると，菓子と紙袋の代金の合計について，与えられた条件から次の不等式が成り立つ。

$$120x+80(20-x)+200 \leqq 2100$$

すなわち　$120x+1600-80x+200 \leqq 2100$

整理すると　$40x \leqq 300$

両辺を 40 で割ると

$$x \leqq \frac{15}{2} = 7.5$$

この不等式を満たす最大の整数 $x$ は 7 である。
したがって，チョコレート菓子の個数をなるべく多くするには，**チョコレート菓子を 7 個，スナック菓子を 13 個購入すればよい。**

教科書 P.43

**問 12** (1) 方程式 $|x-2| = 4$ の解は
$x-2 = \pm 4$ より $x = 2 \pm 4$
すなわち $\boldsymbol{x = 6,\ -2}$

(2) 方程式 $|x+7| = 4$ の解は
$x+7 = \pm 4$ より $x = -7 \pm 4$
すなわち $\boldsymbol{x = -3,\ -11}$

(3) 方程式 $|5-2x| = 1$ の解は
$5-2x = \pm 1$ より $-2x = -5 \pm 1$
すなわち $-2x = -4,\ -6$
したがって $\boldsymbol{x = 2,\ 3}$

**問 13** (1) 不等式 $|2x| < 4$ の解は
$$-4 < 2x < 4$$
の各辺を 2 で割って
$$\boldsymbol{-2 < x < 2}$$

(2) 不等式 $|x+2| \leqq 5$ の解は
$$-5 \leqq x+2 \leqq 5$$
の各辺から 2 を引いて
$$\boldsymbol{-7 \leqq x \leqq 3}$$

(3) 不等式 $|2x-5| > 3$ の解は
$$2x-5 < -3,\quad 3 < 2x-5$$
したがって $2x < 2,\quad 8 < 2x$
すなわち $\boldsymbol{x < 1,\ 4 < x}$

## 参考 絶対値記号を含む方程式・不等式

教科書 P.44

**問 1** (1) $|2x-4| = x+1$ ……①

(i) $2x-4 \geqq 0$ すなわち $x \geqq 2$ のとき
$|2x-4| = 2x-4$ であるから，① は
$$2x-4 = x+1$$
したがって $x = 5$
これは条件 $x \geqq 2$ を満たす。

(ii) $2x-4 < 0$ すなわち $x < 2$ のとき
$|2x-4| = -(2x-4)$ であるから，① は
$$-(2x-4) = x+1$$
したがって $x = 1$
これは条件 $x < 2$ を満たす。

(i), (ii) より，方程式 ① の解は
$\boldsymbol{x = 1,\ 5}$

(2) $|x+4| = 3x$ ……①

(i) $x+4 \geqq 0$ すなわち $x \geqq -4$ のとき
$|x+4| = x+4$ であるから，① は
$$x+4 = 3x$$
したがって $x = 2$
これは条件 $x \geqq -4$ を満たす。

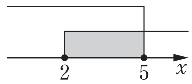
(ii) $x+4 < 0$ すなわち $x < -4$ のとき
$|x+4| = -(x+4)$ であるから，① は
$$-(x+4) = 3x$$
したがって $x = -1$
これは条件 $x < -4$ を満たさない。

(i), (ii) より，方程式 ① の解は
$\boldsymbol{x = 2}$

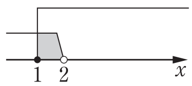
教科書 P.45

**問 2** (1) $|2x-4| \leqq x+1$ ……①

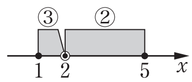
(i) $2x-4 \geqq 0$ すなわち $x \geqq 2$ のとき
$|2x-4| = 2x-4$ であるから，① は
$$2x-4 \leqq x+1$$
したがって $x \leqq 5$
これと条件 $x \geqq 2$ との共通の範囲は
$2 \leqq x \leqq 5$ ……②




(ii) $2x-4 < 0$ すなわち $x < 2$ のとき
$|2x-4| = -(2x-4)$ であるから，① は
$$-(2x-4) \leqq x+1$$
したがって $x \geqq 1$
これと条件 $x < 2$ との共通の範囲は
$1 \leqq x < 2$ ……③

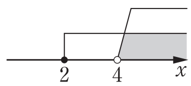



(i), (ii) より，不等式 ① の解は ② と ③ の範囲を合わせて $\boldsymbol{1 \leqq x \leqq 5}$

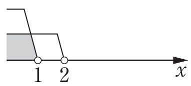



(2) $|3x-6| > x+2$ ……①

(i) $3x-6 \geqq 0$ すなわち $x \geqq 2$ のとき
$|3x-6| = 3x-6$ であるから，① は
$$3x-6 > x+2$$
したがって $x > 4$
これと条件 $x \geqq 2$ との共通の範囲は
$x > 4$ ……②

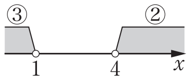



(ii) $3x-6 < 0$ すなわち $x < 2$ のとき
$|3x-6| = -(3x-6)$ であるから，① は
$$-(3x-6) > x+2$$
したがって $x < 1$
これと条件 $x < 2$ との共通の範囲は
$x < 1$ ……③




(i), (ii) より，不等式 ① の解は ② と ③ の範囲を

合わせて　　$x<1$，$4<x$




(3)　$|x+4|<-3x$　　　　　　　　…… ①

(i)　$x+4 \geqq 0$　すなわち　$x \geqq -4$ のとき

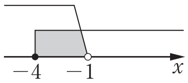
$|x+4|=x+4$ であるから，① は

$$x+4<-3x$$

したがって　　$x<-1$

これと条件 $x \geqq -4$ との共通の範囲は

$-4 \leqq x<-1$　　　　　　　　…… ②




(ii)　$x+4<0$　すなわち　$x<-4$ のとき

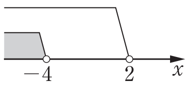
$|x+4|=-(x+4)$ であるから，① は

$$-(x+4)<-3x$$

したがって　　$x<2$

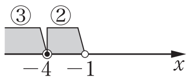
これと条件 $x<-4$ との共通の範囲は

$x<-4$　　　　　　　　…… ③




(i), (ii) より，不等式 ① の解は ② と ③ の範囲を

合わせて　　$x<-1$




## 問題

教科書 P.46

**10** (1)　$\dfrac{5x-2}{3}+1<\dfrac{4x-3}{5}-\dfrac{5}{3}$

両辺に 15 を掛けて

$$5(5x-2)+15<3(4x-3)-25$$

$$25x-10+15<12x-9-25$$

$$13x<-39$$

両辺を 13 で割ると

$$x<-3$$

(2)　$0.3x-1.6 \geqq 0.7x+0.2$

両辺に 10 を掛けて

$$3x-16 \geqq 7x+2$$

$$-4x \geqq 18$$

両辺を $-4$ で割ると

$$x \leqq -\frac{9}{2}$$

**11** (1)　$\begin{cases} 3(x-1) \geqq 5+x & \cdots\cdots ① \\ \dfrac{x+2}{4} \leqq 3-\dfrac{2x-5}{10} & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① より　　$3x-3 \geqq 5+x$

$$2x \geqq 8$$

したがって　　$x \geqq 4$　　　　　　　　…… ③

② より　$5(x+2) \leqq 60-2(2x-5)$

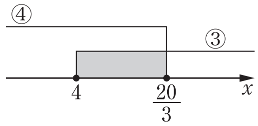
$$5x+10 \leqq 60-4x+10$$

$$9x \leqq 60$$

したがって　　$x \leqq \dfrac{20}{3}$　　　　　　　　…… ④

求める解は ③，④ の共通の範囲であるから

$$4 \leqq x \leqq \frac{20}{3}$$




(2)　$\dfrac{x-3}{2}<x \leqq \dfrac{5x+4}{3}-1$ より

$\begin{cases} \dfrac{x-3}{2}<x & \cdots\cdots ① \\ x \leqq \dfrac{5x+4}{3}-1 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① より　　$x-3<2x$

したがって　　$x>-3$　　　　　　　　…… ③

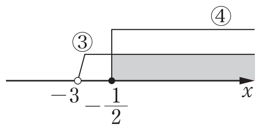
② より　　$3x \leqq 5x+4-3$

$$-2x \leqq 1$$

したがって　　$x \geqq -\dfrac{1}{2}$　　　　　　　　…… ④

求める解は ③，④ の共通の範囲であるから

$$x \geqq -\frac{1}{2}$$




**12** りんごの個数を $x$ 個とすると，かきの個数は $(20-x)$ 個であるから，重さと代金について，与えられた条件からそれぞれ次の不等式が成り立つ。

$\begin{cases} 200x+150(20-x) \geqq 3600 & \cdots\cdots ① \\ 160x+80(20-x) \leqq 2600 & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① より　　$50x \geqq 600$

したがって　　$x \geqq 12$　　　　　　　　…… ③

② より　　$80x \leqq 1000$

したがって　　$x \leqq 12.5$　　　　　　　　…… ④

求める解は ③，④ の共通の範囲であるから

$$12 \leqq x \leqq 12.5$$

$x$ は整数であるから　　$x=12$

このとき　　$20-x=8$

したがって

**りんごを 12 個，かきを 8 個購入すればよい。**

**13** (1)　方程式 $|3x+4|=5$ の解は

$3x+4=\pm 5$　より　$3x=-4\pm 5$

すなわち　　$3x=1,\ -9$

したがって　　$x=\dfrac{1}{3},\ -3$

(2)　不等式 $|4x+7|<3$ の解は

$$-3<4x+7<3$$

各辺から 7 を引いて

$-10 < 4x < -4$

各辺を 4 で割って

$-\frac{5}{2} < \boldsymbol{x} < -\mathbf{1}$

(3) $|5x-2|-3 \geqq 4$ より $|5x-2| \geqq 7$

よって，不等式 $|5x-2| \geqq 7$ の解は

$5x-2 \leqq -7,\quad 7 \leqq 5x-2$

したがって　$5x \leqq -5,\ 9 \leqq 5x$

すなわち　$\boldsymbol{x \leqq -1,\ \frac{9}{5} \leqq x}$

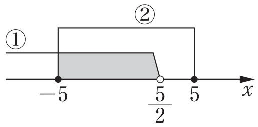
**14** $6x-4 > 8x-9$ より $-2x > -5$

したがって　$x < \frac{5}{2}$ ……①

また，$|x| \leqq 5$ より　$-5 \leqq x \leqq 5$ ……②

①，② の共通の範囲は

$-5 \leqq x < \frac{5}{2}$ ……③




$x$ は整数であるから，③ を満たす整数 $x$ は

$\mathbf{-5,\ -4,\ -3,\ -2,\ -1,\ 0,\ 1,\ 2}$

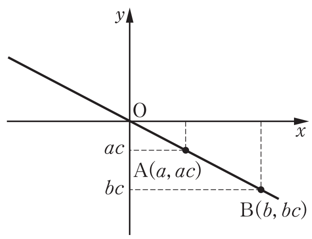
**15** $c<0$ であるから，$y=cx$ のグラフは右下がりのグラフとなる。

$a<b$ となるようにグラフ上に 2 点 A$(a,\ ac)$，B$(b,\ bc)$ をとり，$ac$ と $bc$ の大小を考えると，グラフは右下がりであるから，$ac > bc$ となる。

したがって

$a<b,\ c<0$　ならば　$ac > bc$

である。




## 探究　係数に文字を含む不等式の解法

教科書 P.47

**考察1**　5 を右辺に移項して

$ax > 2-5$

$ax > -3$ ……①

(i) $a>0$ のとき

両辺を $a$ で割ると　$x > -\frac{3}{a}$

(ii) $a<0$ のとき

両辺を $a$ で割ると　$x < -\frac{3}{a}$

(i)，(ii) より，不等式 $ax+5>2$ の解は

**$a>0$ のとき　$x > -\frac{3}{a}$**

**$a<0$ のとき　$x < -\frac{3}{a}$**

となる。

**考察2**　$a=0$ のとき，不等式 ① は $0 \cdot x > -3$ となり，$x$ の値に関わらず成り立つ。

したがって，不等式 $ax+5>2$ は

**$a=0$ のとき　解はすべての実数**

**考察3**　与えられた不等式は　$ax < -3$ ……②

と変形できる。

ここで，$a=0$ のとき，不等式 ② は $0 \cdot x < -3$ となり，どのような $x$ の値に対しても成り立たない。

したがって，不等式 $ax+5<2$ は

**$a=0$ のとき　解なし**

## 練習問題 A

教科書 P.48

**1** (1) $3(A+2B)-2(3B+C)$

$=3A+6B-6B-2C$

$=3A-2C$

$=3(x^2+3xy+2y^2)-2(x^2+2xy-y^2)$

$=(3-2)x^2+(9-4)xy+(6+2)y^2$

$=\boldsymbol{x^2+5xy+8y^2}$

(2) $AC+BC$

$=(A+B)C$

$=\{(x^2+3xy+2y^2)+(-x^2-2y^2)\}\cdot(x^2+2xy-y^2)$

$=3xy(x^2+2xy-y^2)$

$=\boldsymbol{3x^3y+6x^2y^2-3xy^3}$

**2** (1) $(a+b-c+d)(a-b+c+d)$

$=\{(a+d)+(b-c)\}\{(a+d)-(b-c)\}$

$=(a+d)^2-(b-c)^2$

$=\boldsymbol{a^2+2ad+d^2-b^2+2bc-c^2}$

(2) $(x-2)(x+2)(x^2+4)(x^4+16)$

$=(x^2-4)(x^2+4)(x^4+16)$

$=(x^4-16)(x^4+16)$

$=\boldsymbol{x^8-256}$

**3** (1) $x^2+y^2-2xy-z^2$

$=(x^2-2xy+y^2)-z^2$

$=(x-y)^2-z^2$

$=\{(x-y)+z\}\{(x-y)-z\}$

$=\boldsymbol{(x-y+z)(x-y-z)}$

(2) $2x^2-3xy+y^2+7x-5y+6$

$=2x^2+(-3y+7)x+(y^2-5y+6)$

$=2x^2+(-3y+7)x+(y-2)(y-3)$

$=\{x-(y-2)\}\{2x-(y-3)\}$

$=\boldsymbol{(x-y+2)(2x-y+3)}$

$$\begin{array}{ccc} 1 & -(y-2) \longrightarrow & -2y+4 \\ 2 & -(y-3) \longrightarrow & -y+3 \\ \hline & & -3y+7 \end{array}$$

(3) $x^2y+y^2z-y^3-x^2z$

$=(x^2y-y^3)+(y^2-x^2)z$

$=(x^2-y^2)y-(x^2-y^2)z$

$=(x^2-y^2)(y-z)$

$=\boldsymbol{(x+y)(x-y)(y-z)}$

(4) $(x-3)(x-1)(x+2)(x+4)+24$

$=\{(x-3)(x+4)\}\{(x-1)(x+2)\}+24$

$=(x^2+x-12)(x^2+x-2)+24$

$=\{(x^2+x)-12\}\{(x^2+x)-2\}+24$

$=\{(x^2+x)^2-14(x^2+x)+24\}+24$

$=(x^2+x)^2-14(x^2+x)+48$

$=(x^2+x-6)(x^2+x-8)$

$=\boldsymbol{(x+3)(x-2)(x^2+x-8)}$

**4**

$$\frac{1}{1+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}+2}+\frac{1}{2+\sqrt{5}}$$

$$=\frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)}+\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{(\sqrt{3}+\sqrt{2})(\sqrt{3}-\sqrt{2})}$$

$$+\frac{2-\sqrt{3}}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}+\frac{\sqrt{5}-2}{(\sqrt{5}+2)(\sqrt{5}-2)}$$

$$=(\sqrt{2}-1)+(\sqrt{3}-\sqrt{2})+(2-\sqrt{3})+(\sqrt{5}-2)$$

$$=\boldsymbol{-1+\sqrt{5}}$$

**5**

$$x=\frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5}+\sqrt{3})(\sqrt{5}-\sqrt{3})}=\frac{8-2\sqrt{15}}{2}$$

$$=4-\sqrt{15}$$

$$\frac{1}{x}=\frac{1}{4-\sqrt{15}}=\frac{4+\sqrt{15}}{(4-\sqrt{15})(4+\sqrt{15})}$$

$$=4+\sqrt{15}$$

(1) $x+\dfrac{1}{x}=(4-\sqrt{15})+(4+\sqrt{15})=\boldsymbol{8}$

(2) $x^2+\dfrac{1}{x^2}=\left(x+\dfrac{1}{x}\right)^2-2=8^2-2=\boldsymbol{62}$

**6**

(1) $3(4+x)>2x+7\geqq 5x-3$ より

$$\begin{cases}3(4+x)>2x+7 & \cdots\cdots ①\\ 2x+7\geqq 5x-3 & \cdots\cdots ②\end{cases}$$

① より　$12+3x>2x+7$

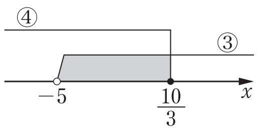
したがって　$x>-5$　……③

② より　$-3x\geqq -10$

したがって　$x\leqq \dfrac{10}{3}$　……④

求める解は ③，④ の共通の範囲であるから

$$\boldsymbol{-5<x\leqq \frac{10}{3}}$$




(2) $\begin{cases}2x+3<5(x-6) & \cdots\cdots ①\\ 2x-8>4(1-x) & \cdots\cdots ②\end{cases}$

① より　$2x+3<5x-30$

$-3x<-33$

したがって　$x>11$　……③

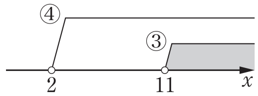
② より　$2x-8>4-4x$

$6x>12$

したがって　$x>2$　……④

求める解は ③，④ の共通の範囲であるから

$\boldsymbol{x>11}$




(3) $\begin{cases}3x-2(x+2)\geqq -1 & \cdots\cdots ①\\ 3x-5\leqq -x+7 & \cdots\cdots ②\end{cases}$

① より　$3x-2x-4\geqq -1$

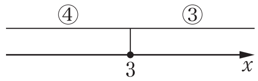
したがって　$x\geqq 3$　……③

② より　$4x\leqq 12$

したがって　$x\leqq 3$　……④

求める解は ③，④ の共通の範囲であるから

$\boldsymbol{x=3}$




**7** 10 本以下のときは A 店のほうが安くなる。

したがって，10 本を超えるときの代金を考える。

購入する鉛筆の本数を $x$ 本とすると

A 店での代金は

$$200\cdot\left(1-\frac{1}{10}\right)\cdot x=180x\ (円)$$

B 店での代金は

$$200\cdot 10+200\cdot\left(1-\frac{2}{10}\right)\cdot(x-10)$$

$$=160x+400\ (円)$$

したがって，B 店で購入するほうが安くなるとすると，次の不等式が成り立つ。

$180x>160x+400$

整理すると

$20x>400$

$x>20$

したがって，20 本を超える本数のとき，すなわち，**21 本以上** 購入するとき，B 店のほうが安くなる。

## 練 習 問 題 B

教科書 P.49

**8**

$(x+y+z)^2$

$=x^2+y^2+z^2+2xy+2yz+2zx$

$=(x^2+y^2+z^2)+2(xy+yz+zx)$

であるから

$x^2+y^2+z^2$

$=(x+y+z)^2-2(xy+yz+zx)$

$=2^2-2\cdot 1$

$=\boldsymbol{2}$

**9** (1) $a(b^2-c^2)+b(c^2-a^2)+c(a^2-b^2)$

$=-(b-c)a^2+(b^2-c^2)a+(bc^2-b^2c)$

$=-(b-c)a^2+(b+c)(b-c)a-bc(b-c)$

$=-(b-c)\{a^2-(b+c)a+bc\}$

$= -(b-c)(a-b)(a-c)$

$= \boldsymbol{(a-b)(b-c)(c-a)}$

(2) $abx^2-(a^2+b^2)x+(a^2-b^2)$

$= abx^2-(a^2+b^2)x+(a+b)(a-b)$

$= \boldsymbol{(ax-a-b)(bx-a+b)}$

$$\begin{array}{cccl} a & \diagdown\!\!\!\!\diagup & -a-b \longrightarrow & -ab-b^2 \\ b & & -a+b \longrightarrow & -a^2+ab \\ \hline & & & -(a^2+b^2) \end{array}$$

(3) $(a+b+c+1)(a+1)+bc$

$= \{(a+1)+(b+c)\}(a+1)+bc$

$= (a+1)^2+(b+c)(a+1)+bc$

$= (a+1+b)(a+1+c)$

$= \boldsymbol{(a+b+1)(a+c+1)}$

(4) $(a+b+c)(ab+bc+ca)-abc$

$= \{a+(b+c)\}\{(b+c)a+bc\}-abc$

$= (b+c)a^2+(b+c)^2a+bc(b+c)$

$= (b+c)\{a^2+(b+c)a+bc\}$

$= (b+c)(a+b)(a+c)$

$= \boldsymbol{(a+b)(b+c)(c+a)}$

**10** $\dfrac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$

$= \dfrac{(1+\sqrt{2})-\sqrt{3}}{\{(1+\sqrt{2})+\sqrt{3}\}\{(1+\sqrt{2})-\sqrt{3}\}}$

$= \dfrac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{(1+\sqrt{2})^2-(\sqrt{3})^2}$

$= \dfrac{1+\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}$

$= \dfrac{(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})\cdot\sqrt{2}}{2\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}}$

$= \dfrac{\sqrt{2}+2-\sqrt{6}}{4}$

$= \boldsymbol{\dfrac{2+\sqrt{2}-\sqrt{6}}{4}}$

**11** (1) $\dfrac{1}{3-\sqrt{7}}$ の分母を有理化すると

$$\frac{1}{3-\sqrt{7}} = \frac{3+\sqrt{7}}{(3-\sqrt{7})(3+\sqrt{7})} = \frac{3+\sqrt{7}}{2}$$

となる。ここで，$2^2<7<3^2$ より $2<\sqrt{7}<3$ であるから

$$\frac{3+2}{2} < \frac{3+\sqrt{7}}{2} < \frac{3+3}{2}$$

したがって　$\dfrac{5}{2} < \dfrac{1}{3-\sqrt{7}} < 3$

であるから，整数部分 $a$ は

$\boldsymbol{a=2}$

また，小数部分 $b$ は

$\boldsymbol{b} = \dfrac{1}{3-\sqrt{7}}-a$

$= \dfrac{3+\sqrt{7}}{2}-2$

$= \boldsymbol{\dfrac{\sqrt{7}-1}{2}}$

(2) $a+2b = 2+2\cdot\dfrac{\sqrt{7}-1}{2} = \sqrt{7}+1$

$ab = 2\cdot\dfrac{\sqrt{7}-1}{2} = \sqrt{7}-1$

したがって

$a^2+2ab+4b^2$

$= (a+2b)^2-2ab$

$= (\sqrt{7}+1)^2-2(\sqrt{7}-1)$

$= (8+2\sqrt{7})-2\sqrt{7}+2$

$= \boldsymbol{10}$

**12** $a+b \geqq 0$ であるから

$\sqrt{a^2+2ab+b^2} = \sqrt{(a+b)^2}$

$= |a+b|$

$= a+b$

$a-b \leqq 0$ であるから

$\sqrt{a^2-2ab+b^2} = \sqrt{(a-b)^2}$

$= |a-b|$

$= -(a-b)$

$= -a+b$

したがって

$\sqrt{a^2+2ab+b^2}+\sqrt{a^2-2ab+b^2}$

$= (a+b)+(-a+b)$

$= \boldsymbol{2b}$

**13** $4-x \leqq 3x \leqq 2x+a$ より

$\begin{cases} 4-x \leqq 3x & \cdots\cdots ① \\ 3x \leqq 2x+a & \cdots\cdots ② \end{cases}$

① より　$4 \leqq 4x$

したがって　$1 \leqq x$ ……③

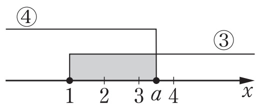
② より　$x \leqq a$ ……④

不等式を満たす整数 $x$ が存在することから

③，④ より　$1 \leqq x \leqq a$

これを満たす整数 $x$ がちょうど 3 個存在するから

$\boldsymbol{3 \leqq a < 4}$




**14** ① より　$-2<x-7<2$

したがって　$5<x<9$ ……③

② より　$-k<x-3<k$

したがって　$3-k<x<3+k$ ……④

(1) ③，④ をともに満たす $x$ が存在するから

$5<3+k$　したがって　$\boldsymbol{k>2}$

(2) ③ が ④ に含まれるから

$9 \leqq 3+k$　したがって　$\boldsymbol{k \geqq 6}$

1章

## 活用 開平法

教科書 P.50

**考察1** ① の左辺を展開すると

$$16+\frac{8}{10}x+\frac{1}{100}x^2 \leqq 19$$

両辺に 100 を掛けて整理すると

$$1600+80x+x^2 \leqq 1900$$

$$x(80+x) \leqq 300$$

したがって，8$\square\times\square$ のうち，300 以下で 300 に最も近くなるような $\square$ の値を求めればよい。これを満たす最大の値は，$83\times3=249$，$84\times4=336$ であるから，3 である。

**考察2** 考察 1 より $\sqrt{19}$ の小数第 1 位までが 4.3 と求められ，$19-\left(\frac{43}{10}\right)^2=\frac{51}{100}$ であると分かった。

小数第 2 位の数字を $y$ とすると，$y$ は

$$\left(\frac{43}{10}+\frac{1}{100}y\right)^2 \leqq 19 \qquad \cdots\cdots ②$$

を満たす最大の整数である。② の左辺を展開すると

$$\left(\frac{43}{10}\right)^2+\frac{86}{1000}y+\frac{1}{10000}y^2 \leqq 19$$

$$\frac{86}{1000}y+\frac{1}{10000}y^2 \leqq 19-\left(\frac{43}{10}\right)^2$$

$$\frac{86}{1000}y+\frac{1}{10000}y^2 \leqq \frac{51}{100}$$

両辺に 10000 を掛けて整理すると

$$860y+y^2 \leqq 5100$$

$$y(860+y) \leqq 5100$$

したがって，86$\square\times\square$ のうち，5100 以下で 5100 に最も近くなるような $\square$ の値を求めればよい。これを満たす最大の値は，$865\times5=4325$，$866\times6=5196$ であるから，5 である。